

# Cours Mathématiques Financière S2

Les mathématiques financières sont essentielles pour comprendre les mécanismes de calcul des intérêts, des emprunts, et des annuités, concepts qui régissent la gestion financière dans divers contextes professionnels et personnels. Ce résumé aborde les chapitres clés, avec des exemples et des exercices corrigés pour mieux comprendre chaque notion.

---

## Chapitre 0 : Concepts et Définitions

Dans ce chapitre, on introduit les concepts de base des mathématiques financières :

- **Capital** : montant initial investi ou emprunté.
  - **Intérêt** : Compensation payée ou reçue pour l'utilisation du capital.
  - **Taux d'intérêt** : Pourcentage appliqué sur le capital pour calculer les intérêts.
  - **Période de temps** : Durée pendant laquelle le capital est investi ou emprunté.
- 

## Chapitre 1 : Intérêt Simple

L'intérêt simple est une méthode où les intérêts sont calculés uniquement sur le capital initial. L'intérêt n'est donc pas capitalisé (pas d'intérêt sur intérêt). La formule est :

$$I = C \times r \times t$$

Où :

- $I$  = intérêt généré
- $C$  = capital initial
- $r$  = taux d'intérêt
- $t$  = période (généralement en années)

### Exemple :

Un capital de 10 000 dirhams est placé à un taux d'intérêt simple de 5 % pendant 3 ans. L'intérêt généré sera :

$$I = 10000 \times 0,05 \times 3 = 1500 \text{ dirhams} = 10\,000 \times 0,05 \times 3 = 1\,500 \text{ dirhams}$$

Le montant total après 3 ans sera donc :  $10000 + 1500 = 11500$  dirhams  $10\,000 + 1\,500 = 11\,500$  dirhams.

---

## Chapitre 2 : Intérêt Composé

L'intérêt composé prend en compte les intérêts accumulés sur les intérêts précédents, ce qui augmente le montant total sur le long terme. La formule est :

$$M = C \times (1+r)^t$$

Où :

- MMM = montant total final
- CCC = capital initial
- rrr = taux d'intérêt
- ttt = durée de l'investissement

### Exemple :

Si un capital de 10 000 dirhams est placé à un taux d'intérêt composé de 5 % pendant 3 ans, le montant total sera :

$$M = 10000 \times (1+0,05)^3 = 11576,25 \text{ dirhams}$$

L'intérêt généré par l'effet de la capitalisation est supérieur à l'intérêt simple.

---

## Chapitre 3 : Annuités

Les **annuités** sont des séries de paiements égaux effectués à intervalles réguliers. Il existe deux types d'annuités principales :

1. **Annuités ordinaires** : Paiements effectués à la fin de chaque période.
2. **Annuités à terme échu** : Paiements effectués au début de chaque période.

La formule pour calculer les annuités ordinaires est :

$$A = \frac{C \times r \times (1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

Où :

- AAA = montant de chaque paiement
- CCC = capital
- rrr = taux d'intérêt par période
- nnn = nombre de périodes

### Exemple :

Un prêt de 50 000 dirhams sur 5 ans, avec un taux d'intérêt de 4 %, aura des paiements annuels :

$$A = 50000 \times 0,04 \times (1+0,04)^5 / ((1+0,04)^5 - 1) = 11295,52 \text{ dirhams}$$

$$A = \frac{50\,000 \cdot 0,04 \cdot (1 + 0,04)^5}{(1 + 0,04)^5 - 1} = 11\,295,52 \text{ \, dirhams}$$
$$A = (1 + 0,04)^5 - 150\,000 \times 0,04 \times (1 + 0,04)^5 = 11\,295,52 \text{ dirhams}$$

Le montant de chaque paiement annuel sera de 11 295,52 dirhams.

---

## Chapitre 4 : Emprunts

Les emprunts consistent en un capital prêté, qui doit être remboursé avec des intérêts. Les remboursements sont souvent effectués sous forme d'annuités régulières. L'emprunt peut être à intérêt simple ou composé, et les paiements peuvent être constants.

### Exemple :

Un emprunt de 100 000 dirhams avec un taux d'intérêt composé de 6 % sur 10 ans. Les paiements annuels seront calculés en utilisant la formule des annuités.

---

## Exercices corrigés

### Exercice 1 : Intérêt simple

Un capital de 5 000 dirhams est placé à un taux d'intérêt simple de 6 % pendant 4 ans. Calculez l'intérêt généré et le montant total à la fin des 4 ans.

#### Solution :

$$I = 5000 \times 0,06 \times 4 = 1200 \text{ dirhams}$$
$$I = 5000 \cdot 0,06 \cdot 4 = 1\,200 \text{ \, dirhams}$$

$$\text{Le montant total sera : } 5000 + 1200 = 6200 \text{ dirhams}$$
$$5000 + 1\,200 = 6\,200 \text{ \, dirhams}$$

### Exercice 2 : Intérêt composé

Un capital de 8 000 dirhams est placé à un taux d'intérêt composé de 5 % pour une durée de 3 ans. Calculez le montant total à la fin de la période.

#### Solution :

$$M = 8000 \times (1 + 0,05)^3 = 9261 \text{ dirhams}$$
$$M = 8\,000 \cdot (1 + 0,05)^3 = 9\,261 \text{ \, dirhams}$$

L'intérêt composé permet de générer des intérêts plus élevés que l'intérêt simple.

---

### Exercice 3 : Emprunt à intérêt composé

Vous contractez un emprunt de 20 000 dirhams à un taux d'intérêt composé de 3 % sur 5 ans. Vous devez rembourser par annuités égales. Calculez le montant de chaque annuité.

**Solution** : Utilisation de la formule des annuités :

$$A = 20000 \times 0,03 \times (1 + 0,03)^5 / ((1 + 0,03)^5 - 1) = 4372,84 \text{ dirhams}$$

$$A = \frac{20\,000 \times 0,03 \times (1 + 0,03)^5}{(1 + 0,03)^5 - 1} = 4\,372,84 \text{ dirhams}$$

$$A = (1 + 0,03)^5 - 1 \times 20000 \times 0,03 \times (1 + 0,03)^5 = 4372,84 \text{ dirhams}$$

Le paiement annuel sera donc de 4 372,84 dirhams.