Cours Recherche Opérationnelle S6

Partie 1 : Introduction à la Recherche Opérationnelle

Définition et portée de la Recherche Opérationnelle

La Recherche Opérationnelle (RO) est une discipline qui utilise des méthodes mathématiques pour aider à la prise de décision dans des situations complexes. Elle vise à optimiser les processus, maximiser ou minimiser des objectifs, et résoudre des problèmes de gestion dans divers secteurs (entreprises, industries, gouvernements, militaires, etc.).

Les étapes de la Recherche Opérationnelle

- Formulation du problème** : Identification des objectifs, des contraintes, et des variables.
- Modélisation** : Traduire le problème en un modèle mathématique.
- Résolution** : Utiliser des techniques pour obtenir des solutions optimales.
- Validation et mise en œuvre** : Tester et appliquer la solution dans la réalité.

Applications de la Recherche Opérationnelle

La Recherche Opérationnelle est utilisée dans divers domaines :

- Optimisation de la production dans les usines.
- Gestion des stocks et des ressources dans les entreprises.
- Planification et gestion des transports et de la logistique.
- Allocation de ressources dans les projets de recherche, militaires, etc.

Partie 2 : La Programmation Linéaire (PL)

Introduction à la Programmation Linéaire

La Programmation Linéaire (PL) est une technique d'optimisation qui vise à maximiser ou minimiser une fonction linéaire, sous des contraintes également linéaires.

Formulation d'un problème de Programmation Linéaire

Exemple typique : maximiser le profit d'une entreprise en fonction des produits à fabriquer, sous contraintes de ressources (main-d'œuvre, matériaux, etc.).

Les composants d'un modèle PL

- Fonction objectif** : Fonction à optimiser, par exemple, maximiser le profit :

(
Z
=

c

1

x

1

+

c

2

x

2

+
⋯
+

c

n

x

n

)

{\displaystyle (Z = c_{1}x_{1} + c_{2}x_{2} + \dots + c_{n}x_{n})}
- Contraintes** : Inégalités représentant les limitations de ressources.
- Variables de décision** : Représentent les choix à faire, comme le nombre d'unités à produire pour chaque produit.

Méthode Graphique (pour problèmes à deux variables)

Utilisée pour des problèmes simples (à deux variables), où les contraintes et la fonction objectif sont tracées sur un graphe pour trouver la solution optimale.

Méthode du Simplexe

Une méthode algébrique utilisée pour des problèmes plus complexes (plus de deux variables). Elle permet d'itérer pour atteindre la solution optimale.

Partie 3 : Théorie des Graphes et Applications

Introduction à la Théorie des Graphes

Un graphe est un ensemble de nœuds (ou sommets) et d'arêtes qui les relient. Les graphes sont utilisés pour modéliser des relations entre différentes entités dans des problèmes de réseau, comme les transports et la communication.

Applications des graphes en Recherche Opérationnelle

- Problème du plus court chemin** : Trouver le chemin le plus court entre deux points dans un réseau.
- Problème du flot maximum** : Maximiser le flux d'un réseau de transport ou de communication.

Algorithmes importants

- Algorithme de Dijkstra** : Utilisé pour trouver le chemin le plus court dans un graphe pondéré.
- Algorithme Ford-Fulkerson** : Pour résoudre les problèmes de flots dans un graphe.

Partie 4 : Théorie des Jeux

Concepts de base de la Théorie des Jeux

La théorie des jeux est une branche de la Recherche Opérationnelle qui étudie les interactions stratégiques entre des agents rationnels. Elle est appliquée dans les situations de compétition ou de coopération.

Jeux à somme nulle et jeux à somme non nulle

- Jeux à somme nulle** : Un gain pour un joueur équivaut à une perte pour l'autre (ex : poker, échecs).
- Jeux à somme non nulle** : Les deux joueurs peuvent tirer profit de la situation (coopération possible).

Matrice des gains et stratégie optimale

Une matrice des gains représente les bénéfices pour chaque joueur en fonction de leurs choix. L'objectif est de trouver une stratégie optimale.

Partie 5 : Modèles de File d'Attente

Introduction aux Files d'Attente

Les files d'attente sont des modèles utilisés pour étudier les systèmes de services (banques, hôpitaux, centres d'appel, etc.), où les clients attendent pour recevoir un service.

Composants d'un modèle de file d'attente

- Arrivées** : La manière dont les clients arrivent dans le système (distribution de Poisson, par exemple).
- Service** : La durée du service, qui peut suivre différentes distributions.

Calculs de performance

Mesures telles que le temps d'attente moyen, la probabilité qu'un client attende, et la longueur moyenne de la file.

Partie 6 : Modèles de Transport

Présentation des Modèles de Transport

Les modèles de transport sont utilisés pour optimiser la distribution des biens entre plusieurs sources et destinations, en minimisant le coût total de transport.

Formulation d'un Problème de Transport

Le problème de transport consiste à minimiser le coût d'envoi d'un produit de plusieurs sources (entrepôts) vers plusieurs destinations (points de vente), sous contraintes d'offre et de demande.

Méthodes de Résolution des Modèles de Transport

- Méthode de la somme des moindres carrés** : Une technique itérative pour minimiser les erreurs de prédiction.
- Algorithme de Vogel** : Technique qui commence par déterminer une solution initiale pour minimiser le coût.
- Modèle d'optimisation du transport** : Consiste à calculer le coût minimal du transport en tenant compte de diverses contraintes.

Partie 7 : Théorie de la Décision

Introduction à la Théorie de la Décision

La théorie de la décision s'intéresse à l'étude de la prise de décision dans des situations d'incertitude ou de risque, où des choix stratégiques sont faits en vue de résultats optimaux.

Types de Décisions

- Décisions en situation de certitude** : Les conséquences de chaque décision sont connues avec certitude.
- Décisions en situation de risque** : Les probabilités de chaque résultat sont connues, mais le résultat lui-même n'est pas certain.
- Décisions en situation d'incertitude** : Ni les résultats ni leurs probabilités ne sont connus.

Méthodes de Prise de Décision

Utilisation de méthodes comme la règle de Laplace, la règle de Wald (maximin), la règle de Hurwicz (optimisme-pessimisme) et la règle de Savage pour les décisions sous incertitude et de l'espérance mathématique pour les décisions sous risque.

Partie 8 : Simulation

Concept de la Simulation

La simulation est une technique qui permet de reproduire le comportement d'un système en construisant un modèle. Elle est couramment utilisée pour analyser des systèmes complexes et dynamiques lorsque les solutions analytiques sont difficiles à obtenir.

Types de Simulation

- Simulation Monte-Carlo** : Utilise des techniques de randomisation pour évaluer des scénarios et résultats dans des situations de risque.
- Simulation par événements discrets** : Permet d'analyser le comportement de systèmes dynamiques en temps discret.

Applications de la Simulation

Utilisée dans la gestion des stocks, les systèmes de files d'attente, les chaînes de production, et bien plus. Par exemple, une simulation peut aider à déterminer le niveau optimal de stock pour éviter les ruptures et minimiser les coûts.

Partie 9 : Analyse des Données en Recherche Opérationnelle

Utilisation de l'Analyse de Données

L'analyse de données permet de structurer, modéliser, et interpréter les informations recueillies pour prendre des décisions éclairées. En Recherche Opérationnelle, elle est utilisée pour identifier des tendances et optimiser des processus.

Méthodes d'Analyse de Données

- Analyse de régression** : Sert à comprendre les relations entre variables et à prédire des valeurs futures.
- Analyse des clusters** : Regroupe les données en fonction de similitudes, utile pour la segmentation de marché et la gestion des clients.

Applications en Recherche Opérationnelle

Utilisée pour améliorer la gestion des stocks, la segmentation des clients, et les prévisions de ventes. Par exemple, une entreprise de logistique peut analyser des données de livraisons passées pour optimiser ses routes et réduire les délais.