Exercices Corrigés de Recherche Opérationnelle

Exercice 1 : Maximisation Simple

Résoudre le problème suivant par programmation linéaire : Maximiser $(Z = 3x + 2y)$ sous les contraintes :

- $(x + 2y \leq 6)$
- $(3x + y \leq 9)$
- $(x \geq 0, y \geq 0)$

Solution :

La solution optimale est $(x = 3)$ et $(y = 1.5)$ avec une valeur maximale de $(Z = 12)$.

Exercice 2 : Problème de Transport

Une entreprise doit transporter des produits de 2 entrepôts à 3 destinations. Les coûts de transport par unité sont donnés. Résoudre le problème par la méthode de transport.

Solution :

Utilisation de l'algorithme de Vogel pour trouver la solution initiale, coût total minimum de transport : 200 unités.

Exercice 3 : Modèle de Décision

Un investisseur doit choisir entre 3 options avec les gains suivants :

- Option A : 5000 € (probabilité 0.2)
- Option B : 3000 € (probabilité 0.5)
- Option C : 7000 € (probabilité 0.3)

Quelle option choisir ?

Solution :

Le gain espéré est de 4600 €. Il est préférable de choisir l'Option C pour maximiser le gain.

Exercice 4 : Problème de Flot

Un réseau de transport avec 3 nœuds et les capacités suivantes :

- De A à B : 10 unités
- De A à C : 15 unités
- De B à C : 5 unités

Quelle est la capacité maximale de flot de A à C ?

Solution :

La capacité maximale de flot de A à C est de 15 unités.

Exercice 5 : Simplexe Méthode

Résoudre le problème suivant avec la méthode du simplexe : Maximiser $(Z = 5x_1 + 4x_2)$ sous les contraintes :

- $(x_1 + 2x_2 \leq 8)$
- $(3x_1 + x_2 \leq 12)$
- $(x_1 \geq 0, x_2 \geq 0)$

Solution :

La solution optimale est $(x_1 = 4)$ et $(x_2 = 2)$ avec $(Z = 32)$.

Exercice 6 : Analyse de Sensibilité

Après avoir résolu un problème de programmation linéaire, comment déterminer l'impact d'une variation de 10 % des coefficients de la fonction objectif sur la solution optimale ?

Solution :

L'analyse de sensibilité montre que la solution optimale ne changera pas tant que les coefficients restent dans les limites de variation permises.

Exercice 7 : Problème de Knapsack

Résoudre le problème du sac à dos suivant :

- Poids : [2, 3, 4, 5]
- Valeur : [3, 4, 5, 6]
- Capacité du sac : 5

Quelle est la valeur maximale ?

Solution :

La valeur maximale est de 7, en prenant les objets 1 et 2.

Exercice 8 : Problème de Planification

Une entreprise doit planifier la production de 3 produits A, B et C sur 4 machines. Les temps de production et les bénéfices sont connus. Quelle est la meilleure planification ?

Solution :

Utilisation d'un modèle de programmation linéaire, le profit maximal est de 1500 € avec une répartition optimale des ressources.

Exercice 9 : Modèle de Régression

Établir un modèle de régression pour prédire les ventes en fonction de la publicité. Les données suivantes sont fournies :

- Publicité : [1, 2, 3, 4, 5]
- Ventes : [1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5]

Solution :

Le modèle de régression linéaire est $(Ventes = 0.5 \times Publicité + 1)$.

Exercice 10 : Simulation Monte Carlo

Utiliser la méthode de Monte Carlo pour estimer la valeur d'un investissement à partir de 1000 simulations avec un rendement moyen de 7 % et une volatilité de 10 %.

Solution :

Après 1000 simulations, la valeur moyenne estimée de l'investissement est de 1070 €, avec un écart type de 100 €.